
ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДОЛОГИИ И МЕТОДИКИ СОЦИОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Т.Е. ЩЕГЛОВА, Д.В. МАЛЬЦЕВА, А.В. КИМ
(Москва)

БЛОКМОДЕЛИНГ ДЛЯ АНАЛИЗА СОЦИАЛЬНЫХ СТРУКТУР: МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ¹

В статье рассматриваются особенности блокмоделинга как класса методов для кластеризации сетевых данных при анализе социальных структур. Блокмоделинг показан как подход к анализу социальной структуры, который объединяет компоненты сети в группы (кластеры) исходя из их эквивалентного структурного положения. Описаны основные понятия блокмоделинга – матрица, изображение матрицы, кластер, кластеринг, позиция, блок, блокмодель; приведен пример, их иллюстрирующий. Представлено понятие эквивалентности и описаны два ее типа – структурная и регулярная. Рассмотрены основные подходы блокмоделинга – не прямой и прямой – и относящиеся к ним методы

Тамара Евгеньевна Щеглова – стажер-исследователь Международной лаборатории прикладного сетевого анализа, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия. E-mail: tshcheglova@hse.ru.
Дарья Васильевна Мальцева – заместитель заведующего Международной лаборатории прикладного сетевого анализа, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия. E-mail: dmaltseva@hse.ru.
Арюна Витальевна Ким – стажер-исследователь Международной лаборатории прикладного сетевого анализа, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия. E-mail: avkim@hse.ru.

¹ Статья подготовлена в ходе проведения исследования в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ). Выражаем огромную благодарность нашим коллегам, научным руководителям Международной лаборатории прикладного сетевого анализа Анушке Ферлигой и Владимиру Батагелю за ценные советы и рекомендации, которые они давали нам в ходе работы над этой статьей.

и алгоритмы. Для каждого подхода приведены примеры его практического применения в социальных науках. Упомянуты другие методы реализации блокмоделинга (стохастический блокмоделинг) и сходные с ним методы нахождения подгрупп в сетях. Показано, что методология блокмоделинга обладает эвристическим потенциалом для анализа социальных структур и перспективна для выделения сплоченных групп и определения ролевых и структурных позиций индивидов внутри них. В заключение говорится об открытых вопросах и ограничениях данной исследовательской методологии.

Ключевые слова: блокмоделинг; социальная структура; анализ социальных сетей; сетевой анализ

DOI: 10.19181/4m.2021.52.1

Введение

Методология анализа социальных сетей (сетевой анализа, СА) и разработанные в нем подходы к нахождению сплоченных подгрупп давно находятся в фокусе внимания исследователей из областей социальных наук, статистики, компьютерных наук, физики и биологии. Большинство разработанных методов для нахождения сообществ основываются на разделении всей сети на подгруппы так, чтобы между узлами внутри подгрупп было как можно больше связей, а между узлами в разных подгруппах – как можно меньше [1]. С середины 1970-х гг. разрабатывается методология блокмоделинга (*blockmodeling*), предназначенная для кластеризации сетевых данных. Она отличается от других направлений, выделяющих подгруппы в сетях, так как позволяет кластеризовать узлы, имеющие схожие паттерны отношений с другими узлами, и интерпретировать структуру отношений между кластерами [2]. В результате появляется возможность говорить об иерархической структуре сети, выделять в ней центр и периферию и т.д. За 40 лет развития блокмоделинга разработан ряд моделей и

техник для анализа различных типов сетевых данных, предложены различные принципы расчета эквивалентности узлов и способы оценки результатов.

В 2017 г. количество публикаций по кластеризации сетей и блокмоделлингу в Web of Science составило приблизительно 117 тыс. работ [1, p. 13], но использование метода в отечественной практике является довольно редким [3]. Отсюда следует цель статьи – познакомить российскую аудиторию социальных ученых с историей развития метода, представить его описание и возможности использования в социологических исследованиях.

Работа задумана как теоретико-методологическая основа для реализации блокмоделлинга на практике. Будучи первым описанием метода на русском языке, статья нацелена на максимально подробное и понятное для широкой аудитории описание его методологической «кухни» и отдельных технических шагов. Пример, который будет приведен в начале статьи, является довольно простым, но дается для того, чтобы читатели, не знакомые с основными понятиями сетевого анализа, матрицами и блокмоделлингом, смогли легко разобраться в работе метода. Далее по тексту приводятся краткие описания исследований, выполненных различными методами в рамках реализации процедуры блокмоделлинга. Подробный разбор работы метода на реальных данных и демонстрация формата итоговых результатов представлены в отдельной работе, где приводится анализ социальной структуры академического сообщества социологов в Санкт-Петербурге (на основе данных, предоставленных группой М.М. Соколова) [4].

В начале работы описаны основания отбора литературы, ставшей базой для описания методологии блокмоделлинга. Затем в тексте представлены история развития и описание методологии. В конце приведены общие выводы.

Методология

Исследование основано на методологической стратегии *экспертного систематического обзора литературы*, где источники выбираются на основе анализа литературы по теме исследования по правилам, что приводит к получению воспроизводимого результата [5]. Исходными точками для отбора литературы стали монография по новейшим достижениям в области кластеризации сетей и блокмоделлинга [1], включающая библиометрический анализ научных работ по сетевой кластеризации и блокмоделлингу [6], где выделены ключевые работы в данном направлении, а также публикации 1992 г. в специальном выпуске журнала *Social Networks*, посвященном блокмоделлингу. Анализ этих публикаций и цитируемых ими работ выступил основой для представленного описания.

Блокмоделлинг как подход к анализу социальной структуры

CA¹ относится к системному уровню анализа и рассматривает эмпирически обозримые отношения в виде сети, состоящей из узлов, связанных (не)направленными связями различной интенсивности. Предметом исследования выступают глубинные социальные структуры, оказывающие ограничивающее влияние на акторов с разным положением в социальной структуре и

¹ Как консистентная исследовательская методология анализ социальных сетей сформировался в 1970–1980-е гг. в США, объединив ряд наработок в области социальной психологии, социометрии, социологии, экономики, политологии, социальной географии, математики (теории графов), антропологии и количественных статистических исследований [7]. С 2000-х гг. методология сетевого анализа стала разрабатываться в естественных науках, что способствовало становлению наук о сетях (Network science). Поле активно развивается и в среднем увеличивается вдвое за 3 года [8].

неравным доступом к ресурсам. Блокмоделлинг решает задачу по кластеризации узлов в сетях – выделению групп, занимающих схожие структурные позиции, и определению отношений между ними – и выявляет глобальную структуру сети.

Методологическое направление блокмоделлинга, интерпретируя структуру связей элементов социальной сети посредством терминов ролей, статусов и позиций, перекликается с классическими теориями социальных наук XX века, которые также прорабатывали вопросы операционализации данных понятий. В работах, посвященных теоретическому описанию основ социальной структуры (напр.: [9, 10]), были заложены основания для ее понимания и аналитического изучения как сети социальных взаимодействий и упорядоченной ролевой структуры, основанной на взаимоотношениях между субъектами и подгруппами. В частности, социальный антрополог З.Ф. Надел [9] формализовал социальную структуру посредством матриц и формул, показав, что роли, «освобожденные» от качественных особенностей индивидов, их отношений и конкретных случаев взаимодействия, становятся относительными позициями, возможные отношения между которыми могут рассматриваться с точки зрения степени их «командного потенциала»: имеют ли одни роли власть над действиями других ролей и/или власть над существующими ресурсами и выгодами. По словам Уайта, Бурмана и Брейгера [11], в постклассической социологии, основанной на опросах общественного мнения, термины роли и статуса подразумевают объединение единиц анализа через приписывание им категории («классы») или перекрестное сведение по характеристикам («мужчины среднего возраста, голосующие за республиканцев»). Более правильной представляется авторам позиция, согласно которой роли и статусы не задаются извне, но отражают лежащие в основе социального взаимодействия структурные отношения с различными возможностями и отображаются в позициях в сети. Объединение индивидов в группы должно осуществляться исходя из их *эквивалентного структурного положения* (где два актора эквивалентны, если имеют одинаковые

связи с другими и на основе этого занимают одинаковую позицию в сети), так как сети связей между индивидами первичны по отношению к приписываемым им категориям. По логике СА и блокмоделинга, акторы с похожими ролями будут связаны общими особенностями и общими паттернами поведения, даже если между ними нет прямой связи. Теоретическое обоснование метода было предложено Уайтом в 1965 г. [12]. Автор ввел ряд аналитических элементарных типов социальной структуры, выступающих строительными блоками для комплексных социальных образований (*nets* и *cats*), определяющих схожие группы объектов, что было развито в комплексную теоретическую систему в поздней работе по реляционной социологии [13].

Блокмоделинг использует *матрицы* как средства формализации социальной структуры и инструмент для вычислений и визуализации сети и групп. Матрица – таблица, состоящая из строк и столбцов, пересечение которых называется ячейкой. В *матрице смежности* (*adjacency matrix*) все узлы располагаются в одном порядке по строкам и столбцам; по диагонали отображаются пересечения узла с самим собой. Все ненулевые ячейки по строкам показывают узлы, *от которых* направлена связь, а по столбцам – *к которым* направлена связь. Если связи в сети ненаправленные, ячейки в матрице смежности симметричны по диагонали, если направленные, то матрица несимметрична. Для отображения двумодальной сети используется *матрица аффилиаций* (*affiliation matrix*), где по строкам указаны узлы одного набора узлов, а по столбцам – другого; она может быть несимметричной по количеству столбцов и строк. Уже простая перестановка и перегруппировка местоположения узлов в матрицах может показать существующую в сети структуру. Классическим примером в этом смысле является антропологическое исследование классовой и кастовой системы на американском Юге среди сообществ людей, принадлежащих к двум расам [14, 15]. Отражая посещение 14 неформальных общественных мероприятий 18 женщинами в виде матрицы, авторы смогли сде-

лать вывод об их разделении на две социальные группы, в каждой из которых выделяются позиции «ядро – периферия».

Блокмоделлинг нацелен на выделение *кластеров* узлов в сети на основании их сходства по структурным характеристикам и определении отношений между полученными кластерами – на «*группировку узлов в кластеры и определение отношений между кластерами*» [16]. Это позволяет определять сплоченность, структуру и ранги групп в сетях. Все кластеры в сети объединяются в *кластеринг* (*clustering*) [2, p. 456] – разделение узлов сети на группы. Получаемые кластеры узлов называют *позициями*. В СА понятие позиции приравнено к модели отношений, и акторы со схожими паттернами связей являются *реляционно эквивалентными*, составляют *эквивалентные классы* или занимают *эквивалентные позиции* в сети [17, p. 322]. Наборы отношений внутри позиций и между ними называют *блоками*; в матрице смежности блок включает ячейки на пересечении одного или двух кластеров [17, p. 331]. Блоки по диагонали отражают связи внутри позиции, а вне диагонали – отношения между ними. Структура сети описывается на основе анализа кластеров и блоков матрицы. Поскольку кластеры (позиции) объединяют эквивалентные единицы, в матрице смежности они могут быть сжаты до одной ячейки, обозначающей определенный тип блока; связи между такими ячейками определяются на основе структуры и значений соответствующих блоков. Редуцированная матрица имеет название *изображения матрицы* (*image matrix*), она меньше исходной, но содержит наиболее важную информацию о кластерах и связях между ними. На основе такой матрицы и разделения сети на классы строится *блокмодель*, она приписывает узлы сети к классам и определяет разрешенные типы отношений внутри и между ними. Техника по поиску блокмодели, описывающей структуру сети, называется *блокмоделлингом*. Суть методологии раскрывается в названии – моделирование сети на основе разделения ее на кластеры и блоки, или блочное моделирование.

Для иллюстрации понятий рассмотрим пример [2, р. 16]. Есть данные об отношениях между двумя родителями $\{p_1, p_2\}$ и пятью детьми $\{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$, где p_1 – родитель c_1 и c_2 , а p_2 – родитель c_3, c_4 и c_5 (отношения симметричны). Их можно записать в виде матрицы (рис. 1а), где 1 – наличие отношения родитель–ребенок, 0 – отсутствие. Разбиение сети на кластеры по эквивалентному положению приводит к тому, что родители $\{p_1\}$ и $\{p_2\}$ занимают отдельные позиции, дети $\{c_1, c_2\}$ формируют один кластер (позицию), а $\{c_3, c_4, c_5\}$ – другой. Упрощенное изображение матрицы (блокмодель), состоящей из 4 позиций и 16 блоков (в виде «0» и «1»), приведено на рис. 1б. Задумываясь о ролях, можно зафиксировать отношения иначе: родителей $\{p_1$ и $p_2\}$ можно приписать к одной позиции, а детей $\{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$ – к другой (рис. 2а). Данная блокмодель является более простой и общей и состоит из 2 позиций и 4 блоков (рис. 2б). Изображения матриц приведены на рис. 1в и 2в. Поскольку в приведенном примере связей *внутри* позиций (между родителями и детьми) не существует, диагональные блоки являются нулевыми по определению и отношения могут существовать только между блоками. На рис. 1а видно, что блоки связей между позициями состоят только из единиц; на рис. 2а в них также присутствуют нули. Эти позиции основаны на разных *типах эквивалентности*.

Понятие *структурной эквивалентности* [18] – одно из ключевых понятий блокмоделинга, задавших основы для эмпирического изучения социальной структуры и ролевых систем. Исходя из того, что единицы эквивалентны, если соединены с остальной частью сети одинаковыми способами, можно определить акторов, имеющих идентичный набор связей (с теми же акторами), как структурно эквивалентных. Узлы структурно эквивалентны, если их транспозиция является автоморфизмом их отношения [19]: узлы можно менять местами без изменения структуры сети, так как они имеют идентичные строки и столбцы в матрице (рис. 1а, 1б, 1в).

	p ₁	p ₂	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	c ₅
p ₁	0	0	1	1	0	0	0
p ₂	0	0	0	0	1	1	1
c ₁	1	0	0	0	0	0	0
c ₂	1	0	0	0	0	0	0
c ₃	0	1	0	0	0	0	0
c ₄	0	1	0	0	0	0	0
c ₅	0	1	0	0	0	0	0

	p ₁	p ₂	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	c ₅
p ₁	0	0	1	1	0	0	0
p ₂	0	0	0	0	1	1	1
c ₁	1	0	0	0	0	0	0
c ₂	1	0	0	0	0	0	0
c ₃	0	1	0	0	0	0	0
c ₄	0	1	0	0	0	0	0
c ₅	0	1	0	0	0	0	0

Рис. 1а. Матрица (структурная эквивалентность)

Рис. 2а. Матрица (регулярная эквивалентность)

0	0	1	0
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0

0	1
1	0

Рис. 1б. Блокмодель (структурная эквивалентность)

Рис. 2б. Блокмодель (регулярная эквивалентность)

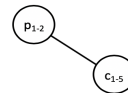
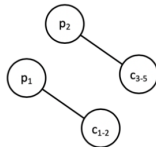


Рис. 1в. Граф (структурная эквивалентность)

Рис. 2в. Граф (регулярная эквивалентность)

Рис. 1–2. Примеры структурной и регулярной эквивалентности

Позже было предложено менее строгое понятие эквивалентности – обобщение структурной эквивалентности – *регулярная эквивалентность*: два актора регулярно эквивалентны, если эквивалентным образом соединены с эквивалентными другими [20]. Регулярно эквивалентные узлы не должны быть соединены с теми

же самыми узлами, но должны быть соединены с идентичными узлами из тех же классов [17, р. 339]. Этот тип эквивалентности хорошо отражает идею позиционных ролей: предполагается, что все представители определенной позиции будут вести себя с представителями других позиций схожим образом (начальники и подчиненные) (рис. 2а, 2б, 2в).

Блокмодель – это модель сети, или «гипотеза», представляющая особенности структуры, а не информацию об акторах [16, р. 395]. Цель блокмоделирования заключается в сокращении большой несвязанной сети до меньшей структуры, доступной для интерпретации [2, р. 456]. Подчеркивается, что для выбора подходящего количества позиций и определения типов отношений между ними нужно иметь предварительное знание о сети, основанное на теории или предыдущих результатах [17, р. 333, 341]. Разное количество кластеров и различные типы блоков дают отличающиеся результаты, и нужно пробовать несколько вариантов блокмоделей. Для валидации результатов и идентификации ролей рекомендуется связывать кластеры с данными внешнего происхождения (атрибутами акторов).

Подходы, методы и алгоритмы блокмоделлинга

Разрабатывающие направление кластеризации в сетях исследователи предложили различные подходы и методы для поиска блокмоделей, поэтому блокмоделлинг нужно рассматривать не как единый метод, а как *класс методов* для разделения субъектов социальной сети на кластеры на основе подходящего определения эквивалентности [21]. Большинство из предложенных внутри него методов можно отнести к двум подходам – появившемуся ранее непрямому (*indirect*) подходу, где сетевые данные сначала конвертируются в *меры сходства/различия* и после этого кластеризуются, и разработанному позже прямому (*direct*) подходу, который не требует преобразования и предварительной обработки сетевых данных для

кластеризации. Каждый из предложенных методов включает свои собственные алгоритмы для работы с сетевыми данными.

Поскольку на практике акторы связаны с «почти» теми же акторами и «почти структурно эквивалентны» [22], первые предложенные методы блокмоделинга в рамках *непрямого подхода* [23] основывались на выявлении *степеней*, в которой пары акторов структурно эквивалентны. В качестве таких степеней было предложено использовать корреляцию или расчет Евклидова расстояния для положений акторов. Алгоритмы расчета структурной эквивалентности были имплементированы в компьютерные программы CONCOR и STRUCTURE. Алгоритм программы CONCOR [24] основан на том, что положение актора является вектором его связей (присутствующих и отсутствующих) и два актора структурно эквивалентны, если корреляция их положений равна 1. Алгоритм основан на итеративном использовании корреляций положений для определения позиций акторов и блоков сети (откуда и следует его название – акроним от слов *CONvergence of iterated CORrelations*). Программа CONCOR использовалась для изучения структуры международной туристической мобильности, а также роли и функции стран и регионов в сети международных туристических потоков [25]. Алгоритм позволил выделить структурно эквивалентные страны и регионы, которым авторы исследования рекомендуют предоставлять отличные от других варианты отдыха, чтобы иностранные туристы видели между ними больше различий. Алгоритм программы STRUCTURE [26] основан на расчете Евклидова расстояния между положениями акторов (чем меньше расстояние, тем больше структурная эквивалентность). Описывая предлагаемый алгоритм на примере сетей экономического обмена, социального обмена и поиска информации между 45 лицами, принимающими решения, Р. Берг приходит к выделению 4 типов позиций в сети и определяющих их отношений – «основной», «изолянт», «льстец» и «брокер». В работе *Direct and indirect methods for structural equivalence* [27] было показано, что наиболее корректной

мерой близости, отражающей структурную эквивалентность, является скорректированное Евклидово расстояние. Проблемные места методов непрямого подхода [22] в том, что они позволяют кластеризовать данные только на основе структурной эквивалентности, при этом существует много способов конструирования мер сходства и различия и не все соотносятся с ее идеей; существует много алгоритмов кластеризации, и выбор одного является произвольным, они могут быть использованы только индуктивно (выделение кластеров происходит экспертно).

Стремление обойти проблемы, возникающие при использовании непрямого подхода, привело к появлению *прямого подхода* к блокмоделingu [27], основанного на идее того, что реальные сетевые данные могут соответствовать ограниченному числу «идеальных» блоков. Было доказано, что в бинарных невзвешенных сетях (со связями, равными «1» и «0») структурной эквивалентности соответствуют несколько возможных типов блоков: внедиагональные могут иметь только «0» или «1», а диагональные – «1» везде, кроме диагонали (где только «0»), или «0» везде, кроме диагонали (где только «1»). Для их обозначения используют термины *полные/нулевые* и *полные с нулями / нулевые с единицами по диагонали* блоки. Регулярная эквивалентность может иметь два типа блоков: *нулевые* блоки и блоки с единицами в каждой строке или столбце блока (*блоки с покрытием единицами, 1-covered blocks*)¹. Идеальные типы блоков приведены на рис. 3 [2, р. 457–458].

Целью методов внутри прямого подхода является такое разделение сети на кластеры, где степень несогласованности с идеальной структурой блоков будет минимальной. При реализации прямого подхода состоящая из любого сочетания блоков *идеальная* блокмодель, основанная на структурной или регулярной эквивалентности, сравнивается с эмпирической блокмоделью с таким же

¹ Полные блоки в структурной эквивалентности – специальные случаи блоков с покрытием единицами.

Структурная эквивалентность		Регулярная эквивалентность	
<pre> 0 </pre>	<pre> 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 </pre>	<pre> 0 </pre>	<pre> 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 </pre>
<pre> 1 </pre>	<pre> 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 0 </pre>		

Рис. 3. Идеальные типы блоков

количеством блоков. При появлении в нулевом блоке единиц или в полном – нулей возникают два типа несоответствия. Сумма таких несоответствий обозначается термином «критериальная функция», эта функция позволяет сравнивать разные решения и выбирать эмпирическую блокмодель, максимально приближенную к идеальной. Критериальная функция измеряет глобальную ошибку блочной модели – отклонение сетевых блоков от ближайших идеальных блоков. Для идеального решения значение целевой функции равно 0. Методы прямого подхода основаны на точных, эвристических и метаэвристических алгоритмах [21]. Наиболее популярным для поиска оптимального разделения узлов на кластеры является алгоритм перестановки узлов (*relocation algorithm*), где узлы передвигаются из одного кластера в другой или взаимно обмениваются между кластерами. Среди всех возможных разделений сети на k заданных кластеров отбирается лучшее по значению критериальной функции¹ [2, р. 462].

Блокмоделинг в рамках прямого подхода, основанный на структурной эквивалентности, позволяет сгруппировать объекты

¹ Сравнение значений критериальной функции возможно только *внутри* блок-модели определенного типа, строящейся на конкретных эмпирических данных. Сравнение значений блокмоделей разных типов не имеет смысла, т.к. функция является чувствительной к выбранному типу эквивалентности [2, р. 461].

на основе схожести их структурных связей с другими объектами, а также может работать с сетями большого размера. Одним из примеров применения на практике такого типа блокмоделинга является исследование сетей взаимодействия среди детей дошкольного возраста [28]. Связь между детьми фиксировалась в ходе наблюдений за добровольной игрой между ними. Полученные блокмодели сравнивались между собой по четырем периодам, и почти во всех классах была выделена структура «центр – сплоченные кластеры» (*core-cohesive*). Такая структура предполагает наличие трех или более групп узлов, одна из которых – это центр, в котором все узлы связаны друг с другом и имеют связи со всеми другими узлами в сети. Остальные узлы делятся на сплоченные группы, внутри которых узлы связаны друг с другом, имеют внешние связи с центром, но мало связей с другими группами. В другом исследовании изучалась научная коллаборация между 30 российскими университетами на основе данных о соавторстве их сотрудников за период с 2010 по 2016 г. [29]. В обоих периодах была выявлена структура типа «ядро-периферия», где университеты из группы ядра были связаны между собой и с периферией, тогда как университеты из группы периферии были связаны только с ядром.

Прямой блокмоделинг с регулярной эквивалентностью позволяет находить роли в сети. В исследовании *Finding roles in sparse economic hierarchies: Going beyond regular equivalence* [30] рассматривались три экономические сети (две сети торговли рисом во Вьетнаме и сеть прямых иностранных инвестиций между странами), в которых определялись не только структурные характеристики сети, но и роли и позиции акторов. На основе блокмоделинга во всех экономических сетях были выделены такие роли, как продавцы, посредники и покупатели.

Дальнейшие разработки в области прямого подхода привели к появлению метода обобщенного блокмоделинга (*generalized blockmodeling*) [2; 23], основанного на том, что определенные типы эквивалентности на основании теоретических моделей

превращаются в набор разрешенных типов блоков. Увеличение числа типов разрешенных блоков приводит к расширению возможных типов эквивалентности и блокмоделей, выходя за пределы только структурной и регулярной эквивалентности [2; 23]. Метод основан на методе индукции, но при наличии эмпирического или теоретического знания не только о разрешенных типах блоков, но и их положений в блокмодели, возможно использовать метод дедукции, заложенный в основу *предварительно заданного (pre-specified)* блокмоделлинга.

Обобщенный блокмоделлинг подходит для анализа крупных разреженных сетей, в которых количество связей между узлами приблизительно равно количеству узлов в сети [31]. Например, он использовался для анализа структуры обмена знаниями между сотрудниками в организации [32]. Моделирование показало, что выбранные локальные сетевые механизмы (взаимодействия на микроуровне) способны привести сеть к предполагаемой иерархической глобальной структуре. Зная взаимосвязь между локальными сетевыми механизмами и соответствующими глобальными сетевыми структурами, компания может принять политику, поощряющую различные виды коммуникативных моделей среди сотрудников, чтобы способствовать появлению глобальной сетевой структуры, которая наилучшим образом соответствует потоку знаний. Решение о том, какая структура глобальной сети является наиболее подходящей, зависит от типа передаваемых знаний (например, неявные или сложные знания), типа организации и ее размера. В другом исследовании с помощью предварительно заданного обобщенного блокмоделлинга авторы демонстрируют, как страны, ранее занимавшие периферийные позиции в торговле стоковыми фотографиями, улучшили свои рыночные позиции за 12 лет за счет усиления интеграции своих фирм в глобальную сеть [33].

В рамках прямого подхода развивались и другие методы блокмоделлинга. Классификация, основанная на характеристиках сетевых данных [20], делит эти методы на разработанные для

1) одномодальных и двумодальных (и мультимодальных) сетей; 2) сетей с направленными и ненаправленными связями; 3) взвешенных и невзвешенных сетей; 4) сетей с положительными и отрицательными весами связей.

Боргатти и Эверетт [19] предложили способ применения блок-моделинга на многоуровневых (*multi-way*) сетевых массивах и заложили основы его использования на *двумодальных и трехмодальных сетях*¹. Примером применения блок-моделинга для анализа двумодальных сетей является исследование, где изучаются сети сотрудничества исследователей в области социальных наук в Словении [35]. Результаты показали высокий уровень междисциплинарного научного сотрудничества и большое влияние организаций на индивидуальное сотрудничество. На индивидуальном уровне была выявлена структура с несколькими связанными кластерами и «полупериферией» (*semi-periphery*), которая предполагает наличие слабо связанных между собой узлов, в то время как на уровне организаций структура представляла собой тип «ядро-периферия», в которой и ядро, и периферия могут быть разделены на несколько кластеров. Оказалось, что научное сотрудничество между организациями часто не отражается в научном сотрудничестве между сотрудниками этих организаций и совместных опубликованных научных работах (и наоборот). Были разработаны возможности использования блок-моделинга на *взвешенных сетях* (*valued*), где веса связей могут иметь разный вес [36], а также сетях с положительными и отрицательными весами связей (*signed*), в том числе двумодальных [37; 38]. Применяя блок-моделинг для анализа таких сетей, были изучены особенности функционирования Верховного суда США за период с 2005 по 2018 г. [39]. На основе данных о голосовании судей по выносимым судом решениям (согласие или несогласие с ним) были построены взвешенные двумодальные

¹ Сети особого типа, с двумя/тремя разными наборами узлов и связями, существующими только между узлами, принадлежащими к разным наборам [34].

сети (судья – решение) за 14 рассматриваемых сроков, из которых затем были выявлены структуры отношений между судьями в каждый период времени. Показав, что структуры изменяются, авторы пришли к выводу, что существующее разделение судей на консервативно и либерально ориентированных является чрезмерно упрощенным.

Параллельно с *детерминистским* блокмоделингом, к которому относятся рассмотренные методы прямого подхода, разрабатывается метод *стохастического блокмоделинга*, основанный на вероятностном подходе и принципах случайных графов [21; 40; 41]. Два актора стохастически структурно эквивалентны, если имеют одинаковое распределение вероятностей связей с другими акторами. Используя вероятности связей, позиции в блокмодели строятся на основе объединения стохастически эквивалентных узлов. За последние 10–15 лет в данном направлении был произведен ряд значительных разработок [21]. В обзорах приведены работы авторов, работающих в рамках стохастического блокмоделинга в 2000-е гг., используя методы байесовской статистики [1; 22]. Авторы работ по стохастическому блокмоделингу занимаются преимущественно компьютерными и естественными науками [42; 43]. Примером применения подхода в социальных науках является исследование международных конфликтов [44]. С помощью Марковской модели¹ и стохастической блочной модели ученые проанализировали сеть, в которую вошла информация о вооруженных конфликтах в мире почти за 200 лет. Исследователи пришли к выводам, что, во-первых, тип режима в стране влияет на вероятность возникновения военного конфликта между странами, а во-вторых, страны группируются в ненаблюдаемые геополитические коалиции – либерально-демократические и с более авторитарным режимом. Отношение к тому или другому

¹ Статистическая модель, имитирующая работу Марковского процесса, согласно которому «будущее» процесса не зависит от «прошлого» при известном «настоящем» [45].

геополитическому блоку определяет решение страны участвовать в военизированном конфликте.

Сходное с блокмоделингом, но не относящееся к нему направление разработок связано с поиском методов для разбиения *больших и комплексных (large and complex) сетей*. Предложен алгоритм декомпозиции сети на оптимальное количество структурно эквивалентных классов методом *k-средних* [22]. В естественных науках кластеризация сетевых данных реализуется с помощью алгоритма *нахождения сообществ (community detection)*: выделяются узлы, имеющие более высокую вероятность связи друг с другом, чем с узлами в других кластерах. Отличие этих методов от блокмоделинга заключается в том, что они нацелены на разбиение сети на кластеры (но кластеры похожих компонентов не обязательно идентичны группам в сети) и не заинтересованы в учете отношений эквивалентности и поиске связей между кластерами.

Методы детерминистского блокмоделинга имплементированы в общие программы для сетевого анализа, такие как UCINET [46] и Pajek [47]. Отдельные алгоритмы для специальных методов блокмоделирования имплементированы в широко используемые для анализа данных программы Python [48] и R [49]. Вместе с тем в связи с вычислительными затратами существующие версии методов прямого и непрямого подходов могут обрабатывать сети ограниченного размера – не более нескольких сотен узлов. Для анализа сетей большого размера лучше подходит не прямой подход, который, однако, ограничивается использованием только структурной эквивалентности и создает менее точные модели, чем прямой подход.

Заключение

В статье представлено описание методологических оснований блокмоделинга для кластеризации сетевых данных. Представители социальных наук заложили важные основания для понимания и

аналитического изучения социальной структуры как сети социальных взаимодействий и ролевой структуры, описав понятия роли, статуса и позиции. Блокмоделлинг, также оперирующий данными концептами, позволяет представить теоретически обоснованные связи между ролями и позициями в форме блокмоделей на основе анализа эмпирических данных.

За более чем 40 лет развития блокмоделлинга предложены различные концептуализации и формализации понятия эквивалентности, разработаны подходы, модели и алгоритмы, эффективно работающие на различных типах сетевых данных. Блокмоделлинг – это *класс методов* для разделения субъектов социальной сети на кластеры на основе подходящего определения эквивалентности. Большинство из предложенных методов можно отнести к двум подходам – непрямому, где сетевые данные сначала конвертируются в меры сходства (различия) и после этого кластеризуются, и прямому, который не требует преобразования и предварительной обработки сетевых данных для кластеризации.

Наиболее известными в непрямом блокмоделлинге являются алгоритмы, заложенные в программы CONCOR и STRUCTURE, основанные на мерах корреляции и Евклидова расстояния, хотя позже было показано, что более корректной мерой, отражающей структурную эквивалентность, является скорректированное Евклидово расстояние. Методы прямого блокмоделлинга основаны на сравнении идеальной и эмпирической блокмоделей с использованием критериальной функции. К ним относятся блокмоделлинг со структурной и регулярной эквивалентностью, обобщенный и предварительно заданный блокмоделлинг. Используются точные, эвристические и метаэвристические алгоритмы, и наиболее популярным для поиска оптимального разделения узлов на кластеры является эвристический алгоритм перестановки узлов. К прямому подходу относятся и другие методы, разработанные для определенных типов сетевых данных: 1) одномодальных и двумодальных (и мультимодальных); 2) с направленными и ненаправленными

связями; 3) взвешенных и невзвешенных; 4) с положительными и отрицательными весами связей.

Параллельно с детерминистским блокмоделлингом, к которому относятся указанные методы прямого подхода, разрабатывается метод стохастического блокмоделлинга, основанный на вероятностном подходе и принципах случайных графов. Сходные с блокмоделлингом методы применяются и за пределами социальных наук – в работах представителей естественных наук, занимающихся выделением сообществ в больших сетях. Их отличие заключается в том, что они нацелены на разбиение сети на кластеры и не заинтересованы в учете отношений эквивалентности и поиске связей между кластерами.

Вместе с тем этот класс методов по-прежнему формируется и имеет ряд открытых вопросов. Одно из ограничений метода связано с возможностями обработки социальных структур ограниченных размеров (до нескольких сотен узлов). Другое ограничение касается применения регулярной эквивалентности в обобщенном блокмоделлинге¹ и связано с отсутствием метрики для сравнения степени, в которой два положения акторов являются регулярно эквивалентными (концепт этого типа эквивалентности и разреженных блоков приводит к тому, что в сети может существовать несколько вариантов разбиения). Разработки в области обобщенного блокмоделлинга касаются методов разбиения больших сетей и сетей с разными типами отношений. Открытые вопросы для блокмоделлинга в целом касаются границ сетей, ошибок измерений, оценок критериальных функций для разных типов блокмоделей, реализации на больших сетях с помощью быстрых алгоритмов, определения релевантного количества позиций и динамики изменения блокмоделей во времени [22].

¹ Регулярная эквивалентность имеет концептуальное превосходство над структурной эквивалентностью, но ее применение на эмпирических данных менее успешно.

Методология блокмоделинга обладает эвристическим потенциалом для анализа социальных структур и перспективна для выделения сплоченных групп и определения ролевых и структурных позиций индивидов внутри них. Методы детерминистского блокмоделинга имплементированы в общие программы для сетевого анализа, такие как UCINET и Pajek, а также программы Python и R, поэтому могут быть использованы широким кругом ученых, занимающихся социальными науками. Статья может рассматриваться как методологическая основа для реализации блокмоделинга на практике. Она может быть интересна представителям социальных наук, занимающихся разработкой теоретических и методологических концептов, исследователям, интересующимся СА, и практикам, применяющим различные методы для анализа эмпирических данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Doreian P., Batagelj V., Ferligoj A.* Advances in Network Clustering and Blockmodeling. Hoboken, NJ: Wiley, 2020.
2. *Batagelj V., Ferligoj A., Doreian P.* Generalized Blockmodeling (Structural Analysis in the Social Sciences). New York: Cambridge University Press, 2005.
3. *Сафонова М.В.* Сетевая история Петербургской социологии // Журнал социологии и социальной антропологии. 2010. № 3 (10). С. 83–110.
4. Проект «Институциональная динамика, экономическая адаптация и точки интеллектуального роста в локальном академическом сообществе: Петербургская социология после 1985 года» / Т.Ю. Бочаров [и др.] // Журнал социологии и социальной антропологии. 2010. № 3(52). С. 66–82.
5. *Мусеев С.П., Мальцева Д.В.* Отбор источников для систематического обзора литературы: сравнение экспертного и алгоритмического подходов // Социология: методология, методы, математическое моделирование (4М). 2019. № 47. С. 7–43.
6. *Batagelj V.* On fractional approach to analysis of linked networks // Scientometrics. 2020. No. 123 (2). P. 621–633.
7. *Freeman L.* The development of social network analysis: a study in the sociology of science. Vancouver, BC: North Charleston, S.C: Empirical Press; BookSurge, 2004.
8. *Maltseva D., Batagelj V.* Social Network Analysis as a Field of Invasions: Bibliographic Approach to Study SNA Development // Scientometrics. 2019. No. 121 (2). P. 1085–1128.

9. *Nadel S.F.* The Theory of social structure. London: Cohen and West, 1957.
10. *Парсонс Т.* О социальных системах. М.: Академический проект, 2002.
11. *White H., Boorman S., Breiger R.* Social Structure from Multiple Networks. I. Blockmodels of Roles and Positions // *American Journal of Sociology.* 1976. No. 81 (4). P. 730–780.
12. *White H.C.* Notes on the Constituents of Social Structure. *Soc. Rel. 10-Spring'65 // Sociologica.* 2008. No. 2 (1). P. 1–15.
13. *White H.* Identity and control: a Structural Theory of Social Action. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1992.
14. *Davis A., Gardner B., Gardner M.* Deep South. Chicago: The University of Chicago Press, 1941.
15. *Davis J.* Clustering and Structural Balance in Graphs // *Human Relations.* 1967. No. 20 (2). P. 181–187.
16. *Wasserman S., Faust K.* Social network analysis: Methods and applications. New York: Cambridge University press, 1994.
17. *Nooy W. de, Mrvar A., Batagelj V.* Exploratory social network analysis with Pajek. Revised and expanded edition for updated software. Cambridge; New York, NY USA: Cambridge University Press, 2018.
18. *Lorrain F., White H.* Structural Equivalence of Individuals in Social Networks // *The Journal of Mathematical Sociology.* 1971. No. 1 (1). P. 49–80.
19. *Borgatti S., Everett M.* Notions of Position in Social Network Analysis // *Sociological Methodology.* 1992. No. 22 (1). P. 1–35.
20. *White D.R., Reitz K.P.* Graph and Semigroup Homomorphisms on Networks of Relations // *Social Networks.* 1983. No. 5 (2). P. 193–234.
21. *Brusco M., Doreian P., Steinley D.* Deterministic blockmodelling of signed and two-mode networks: A tutorial with software and psychological examples // *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology.* 2021. No. 74 (1). P. 34–63.
22. *Ferligoj A., Doreian P., Batagelj V.* Positions and roles // *The SAGE handbook of social network analysis.* London: SAGE Publications Ltd, 2014. DOI: 10.4135/9781446294413
23. *Doreian P., Batagelj V., Ferligoj A.* Generalized blockmodeling. Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2005.
24. *Breiger R., Boorman S., Arabie P.* An Algorithm for Clustering Relational Data with Applications to Social Network Analysis and Comparison with Multidimensional Scaling // *Journal of Mathematical Psychology.* 1975. No. 12 (3). P. 328–383.
25. Evolution of international tourist flows from 1995 to 2018: A network analysis perspective, *Tourism Management Perspectives / Y. Shao [et al.] // Tourism Management Perspectives.* 2020. No. 36. DOI: 10.1016/j.tmp.2020.100752
26. *Burt R.* Positions in Networks // *Social Forces.* 1976. No. 55 (1). P. 93–122.

27. *Batagelj V., Ferligoj A., Doreian P.* Direct and indirect methods for structural equivalence // *Social Networks*. 1992. No. 14 (1–2). P. 63–90. DOI: 10.1016/0378-8733(92)90014-X
28. Symmetric core-cohesive blockmodel in preschool children’s interaction networks / M. Cugmas [et al.] // *PLoS ONE*. 2020. No. 15 (1). DOI: 10.1371/journal.pone.0226801
29. *Matveeva N., Ferligoj A.* Scientific collaboration in Russian universities before and after the excellence initiative Project 5–100 // *Scientometrics*. 2020. No. 124. P. 2383–2407.
30. *Prota L., Doreian P.* Finding roles in sparse economic hierarchies: Going beyond regular equivalence // *Social Networks*. 2016. No. 45. P. 1–17.
31. *Batagelj V., Mrvar A.* A subquadratic triad census algorithm for large sparse networks with small maximum degree // *Social Networks*. 2001. No. 23 (3). P. 237–243.
32. Global structures and local network mechanisms of knowledge-flow networks / M. Cugmas [et al.] // *PLoS ONE*. 2021. No. 16 (2). DOI:10.1371/journal.pone.0246660
33. *Glückler J., Panitz R.* Unpacking social divisions of labor in markets: Generalized blockmodeling and the network boom in stock photography // *Social Networks*. 2016. No. 47. P. 156–166.
34. *Borgatti S.* Social Network Analysis, Two-Mode Concepts in // *Encyclopedia of Complexity and Systems Science* / Ed. by R. Meyers. New York: Springer, 2009.
35. *Cugmas M., Mali F., Žiberna A.* Scientific collaboration of researchers and organizations: a two-level blockmodeling approach // *Scientometrics*. 2020. No. 125. P. 2471–2489.
36. *Žiberna A.* Generalized Blockmodeling of Valued Networks // *Social Networks*. 2007. No. 9 (1). P. 105–126.
37. *Doreian P., Mrvar A.* A Partitioning Approach to Structural Balance // *Social Networks*. 1996. No. 18 (2). P. 149–168.
38. *Doreian P., Mrvar A.* Partitioning Signed Social Networks // *Social Networks*. 2009. No. 31 (1). P. 1–11.
39. *Doreian P., Mrvar A.* Delineating Changes in the Fundamental Structure of Signed Networks // *Frontiers in Physics*. 2020. No. 8. DOI:10.3389/fphy.2020.00294
40. *Holland P., Laskey K., Leinhardt S.* Stochastic Blockmodels: First Steps // *Social Networks*. 1983. No. 5 (2). P. 109–137.
41. *Anderson C. J., Wasserman S., Faust K.* Building Stochastic Blockmodels // *Social Networks*. 1992. No. 14 (1–2). P. 137–161.
42. Asymptotic Analysis of the Stochastic Block Model for Modular Networks and its Algorithmic Applications / A. Decelle [et al.] // *Physical Review E*. 2011. No. 84 (6). DOI:10.1103/PhysRevE.84.066106
43. *Peixoto T.P.* Entropy of Stochastic Blockmodel Ensembles // *Physical Review E*. 2012. No. 85 (5). DOI:10.1103/PhysRevE.85.056122

44. *Olivella S., Pratt T., Imai K.* Dynamic Stochastic Blockmodel Regression for Network Data: Application to International Militarized Conflicts // Cornell University [site]. Submitted on 1 Mar 2021 (v1), last revised 25 Oct 2021 (v2). URL: arXiv preprint arXiv:2103.00702 (date of access: 29.10.2021).

45. *Bharucha-Reid A.* Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications. New York: McGraw-Hill, 1960.

46. *Borgatti S.P., Everett M.G., Freeman L.C.* Ucinet for Windows: Software for Social Network Analysis. Harvard, MA: Analytic Technologies, 2002.

47. *Batagelj V., Mrvar A.* Pajek – Program for Large Network Analysis // Connections. 1998. No. 21 (2). P. 47–57.

48. *Van Rossum G., Drake Jr F.L.* Python reference manual. Amsterdam: Centrum voor Wiskunde en Informatica, 1995.

49. R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, 2020. URL <https://www.R-project.org/> (date of access: 24.08.2021).

Shcheglova Tamara,

HSE University, Moscow, Russia, tshcheglova@hse.ru

Maltseva Daria,

HSE University, Moscow, Russia, dmaltseva@hse.ru

Kim Aryuna,

HSE University, Moscow, Russia, avkim@hse.ru

Blockmodeling for analysis of social structures: theoretical and methodological foundations

The article discusses the features of blockmodeling as a class of methods for clustering network data in the analysis of social structures. Blockmodeling is considered as an approach to the analysis of social structure, which combines network components into groups (clusters) based on their equivalent structural positions. The basic concepts of blockmodeling are described – matrix, matrix image, cluster, clustering, position, block, blockmodel; an illustrating example is given. The concept of equivalence is presented, and two types of equivalence, structural and regular, are described. The main approaches of blockmodeling – indirect and direct – and related methods and algorithms are presented. For each approach, examples of the practical application in social sciences are provided. Other methods of blockmodeling (stochastic blockmodeling) and similar methods of subgroups detection in networks are mentioned. It is shown that the methodology of blockmodeling has heuristic potential for analyzing social structures and is promising for identifying cohesive groups and determining the role and structural positions of individuals within them. In conclusion, the open questions and limitations of this research methodology are discussed.

Keywords: blockmodeling; social structure; social network analysis; network analysis

References

1. Doreian P., Batagelj V., Ferligoj A. *Advances in network clustering and blockmodeling*. Hoboken, NJ: Wiley, 2020.
2. Batagelj V., Ferligoj A., Doreian P. *Generalized Blockmodeling (Structural Analysis in the Social Sciences)*. New York: Cambridge University Press, 2005.

3. Safonova M. V. Network history of St. Petersburg sociology (in Russian), *Zhurnal sotsiologii i sotsialnoy antropologii* (The journal of sociology and social anthropology). 2010. No. 3 (10). P. 83–110.
4. Project “Institutional dynamics, economic adaptation and points of intellectual growth in the local academic community: St. Petersburg sociology after 1985” (in Russian), *Zhurnal sotsiologii i sotsialnoy antropologii* (The journal of sociology and social anthropology). 2010. No. 3 (52). P. 66–82.
5. Moiseev S., Maltseva D. Selection of sources for a systematic literature review: comparison of expert and algorithmic approaches (in Russian), *Sotsiologiya 4M* (Sociology: methodology, methods, mathematical modeling). 2019. No. 47. P. 7–43.
6. Batagelj V. On fractional approach to analysis of linked networks, *Scientometrics*. 2020. No. 123 (2). P. 621–633.
7. Freeman L. *The development of social network analysis: a study in the sociology of science*. Vancouver, BC: North Charleston, S.C: Empirical Press; BookSurge, 2004.
8. Maltseva D., Batagelj V. Social Network Analysis as a Field of Invasions: Bibliographic Approach to Study SNA Development, *Scientometrics*. 2019. No. 121 (2). P. 1085–1128.
9. Nadel S.F. *The Theory of social structure*. London: Cohen and West, 1957.
10. Parsons T. *The social system* (transl., in Russian). M.: Akademicheskiiy proekt, 2002.
11. White H., Boorman S., Breiger R. Social Structure from Multiple Networks. I. Blockmodels of Roles and Positions, *American Journal of Sociology*. 1976. No. 81 (4). P. 730–780.
12. White H.C. Notes on the Constituents of Social Structure. Soc. Rel. 10-Spring'65, *Sociologica*. 2008. No. 2 (1). P. 1–15.
13. White H. *Identity and control: a Structural Theory of Social Action*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1992.
14. Davis A., Gardner B., Gardner M. *Deep South*. Chicago: The University of Chicago Press, 1941.
15. Davis J. Clustering and Structural Balance in Graphs, *Human Relations*. 1967. No. 20 (2). P. 181–187.
16. Wasserman S., Faust K. *Social network analysis: Methods and applications*. New York: Cambridge University press, 1994.

17. Nooy W. de, Mrvar A., Batagelj V. *Exploratory social network analysis with Pajek. Revised and expanded edition for updated software.* Cambridge; New York, NY USA: Cambridge University Press, 2018.
18. Lorrain F., White H. Structural Equivalence of Individuals in Social Networks, *The Journal of Mathematical Sociology.* 1971. No. 1 (1). P. 49–80.
19. Borgatti S., Everett M. Notions of Position in Social Network Analysis, *Sociological Methodology.* 1992. No. 22 (1). P. 1–35.
20. White D.R., Reitz K.P. Graph and Semigroup Homomorphisms on Networks of Relations, *Social Networks.* 1983. No. 5 (2). P. 193–234.
21. Brusco M., Doreian P., Steinley D. Deterministic blockmodelling of signed and two-mode networks: A tutorial with software and psychological examples, *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology.* 2021. No. 74 (1). P. 34–63.
22. Ferligoj A., Doreian P., Batagelj V. Positions and roles, *The SAGE handbook of social network analysis.* London: SAGE Publications Ltd, 2014. DOI: 10.4135/9781446294413
23. Doreian P., Batagelj V., Ferligoj A. *Generalized blockmodeling.* Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2005.
24. Breiger R., Boorman S., Arabie P. An Algorithm for Clustering Relational Data with Applications to Social Network Analysis and Comparison with Multidimensional Scaling, *Journal of Mathematical Psychology.* 1975. No. 12 (3). P. 328–383.
25. Evolution of international tourist flows from 1995 to 2018: A network analysis perspective, *Tourism Management Perspectives / Y. Shao [et al.], Tourism Management Perspectives.* 2020. No. 36. DOI: 10.1016/j.tmp.2020.100752
26. Burt R. Positions in Networks, *Social Forces.* 1976. No. 55 (1). P. 93–122.
27. Batagelj V., Ferligoj A., Doreian P. Direct and indirect methods for structural equivalence, *Social Networks.* 1992. No. 14 (1–2). P. 63–90. DOI: 10.1016/0378-8733(92)90014-X
28. Cugmas M. et al. Symmetric core-cohesive blockmodel in preschool children’s interaction networks, *PLoS ONE.* 2020. No. 15 (1). DOI: 10.1371/journal.pone.0226801

29. Matveeva N., Ferligoj A. Scientific collaboration in Russian universities before and after the excellence initiative Project 5–100, *Scientometrics*. 2020. No. 124. P. 2383–2407.
30. Prota L., Doreian P. Finding roles in sparse economic hierarchies: Going beyond regular equivalence, *Social Networks*. 2016. No. 45. P. 1–17.
31. Batagelj V., Mrvar A. A subquadratic triad census algorithm for large sparse networks with small maximum degree, *Social Networks*. 2001. No. 23 (3). P. 237–243.
32. Cugmas M. et al. Global structures and local network mechanisms of knowledge-flow networks, *PLoS ONE*. 2021. No. 16 (2). DOI:10.1371/journal.pone.0246660
33. Glückler J., Panitz R. Unpacking social divisions of labor in markets: Generalized blockmodeling and the network boom in stock photography, *Social Networks*. 2016. No. 47. P. 156–166.
34. Borgatti S. Social Network Analysis, Two-Mode Concepts in, in: Meyers R. (ed.) *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. New York: Springer, 2009.
35. Cugmas M., Mali F., Žiberna A. Scientific collaboration of researchers and organizations: a two-level blockmodeling approach, *Scientometrics*. 2020. No. 125. P. 2471–2489.
36. Žiberna A. Generalized Blockmodeling of Valued Networks, *Social Networks*. 2007. No. 9 (1). P. 105–126.
37. Doreian P., Mrvar A. A Partitioning Approach to Structural Balance, *Social Networks*. 1996. No. 18 (2). P. 149–168.
38. Doreian P., Mrvar A. Partitioning Signed Social Networks, *Social Networks*. 2009. No. 31 (1). P. 1–11.
39. Doreian P., Mrvar A. Delineating Changes in the Fundamental Structure of Signed Networks, *Frontiers in Physics*. 2020. No. 8. DOI:10.3389/fphy.2020.00294
40. Holland P., Laskey K., Leinhardt S. Stochastic Blockmodels: First Steps, *Social Networks*. 1983. No. 5 (2). P. 109–137.
41. Anderson C. J., Wasserman S., Faust K. Building Stochastic Blockmodels, *Social Networks*. 1992. No. 14 (1–2). P. 137–161.
42. Decelle A. et al. Asymptotic Analysis of the Stochastic Block Model for Modular Networks and its Algorithmic Applications, *Physical Review E*. 2011. No. 84 (6). DOI:10.1103/PhysRevE.84.066106

43. Peixoto T.P. Entropy of Stochastic Blockmodel Ensembles, *Physical Review E*. 2012. No. 85 (5). DOI:10.1103/PhysRevE.85.056122
44. Olivella S., Pratt T., Imai K. Dynamic Stochastic Blockmodel Regression for Network Data: Application to International Militarized Conflicts, *Cornell University* [site]. Submitted on 1 Mar 2021 (v1), last revised 25 Oct 2021 (v2). URL: arXiv preprint arXiv:2103.00702 (date of access: 29.10.2021).
45. Bharucha-Reid A. *Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications*. New York: McGraw-Hill, 1960.
46. Borgatti S.P., Everett M.G., Freeman L.C. *Ucinet for Windows: Software for Social Network Analysis*. Harvard, MA: Analytic Technologies, 2002.
47. Batagelj V., Mrvar A. Pajek – Program for Large Network Analysis, *Connections*. 1998. No. 21 (2). P. 47–57.
48. Van Rossum G., Drake Jr F.L. *Python reference manual*. Amsterdam: Centrum voor Wiskunde en Informatica, 1995.
49. R Core Team. *R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing*. Vienna, 2020. URL <https://www.R-project.org/> (date of access: 24.08.2021).