
АНАЛИЗ ДАННЫХ

В.Б. Коробов
(Архангельск)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ «ВЛИЯЮЩИХ ФАКТОРОВ»

Статья посвящена расчету весовых коэффициентов «влияющих факторов». Для этих целей сравниваются три метода экспертного опроса: метод анализа иерархий, ранжирование факторов по степени их важности, прямая расстановка оценок. В рамках этих методов исследована зависимость весовых коэффициентов от способа усреднения (средним арифметическим, средним геометрическим, средним гармоническим и медианой). Показано, что при определенном нормировании таких коэффициентов получаются близкие итоговые результаты.

Ключевые слова: влияющий фактор, весовые коэффициенты, усреднение, прямая расстановка, ранжирование факторов.

При проведении социологических исследований широко применяются индексы – интегральные характеристики факторов, влияющих на изучаемый социальный феномен. Поскольку роль факторов неодинакова, для оценки их влияния часто используют весовые коэффициенты. В большинстве случаев весовые коэф-

Владимир Борисович Коробов – доктор географических наук, начальник Архангельского центра по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды.
E-mail: korobovvb@arh.ru.

¹ Автор выражает благодарность Л.Ю. Васильеву за предоставленные материалы экспертных опросов.

фициенты определяют на основании экспертных суждений, по определенным алгоритмам, сравнивающих факторы между собой.

Вне зависимости от числа «влияющих факторов» суждения экспертов будут расходиться. Мишель Монтень писал: «Никогда не существовало двух совершенно одинаковых мнений, точно так же как один волос не бывает вполне похож на другой и одно зерно на другое. Наиболее устойчивым свойством всех человеческих мнений является их несходство» [1]. Расхождение оценок окружающего мира, как отмечал знаменитый субъективный идеалист Джордж Беркли [2], обусловлено тем, что восприятие у людей далеко не тождественны. Поэтому требуется обобщение оценок индивидуальных экспертов, результирующая величина которых и используется непосредственно в научных и прикладных исследованиях.

Как известно, весовые коэффициенты компонентов системы (влияющих факторов в нашем случае) можно получить несколькими способами [3]. В основе подавляющего большинства применяемых на практике методов лежит опрос экспертов с последующей математической обработкой их суждений. Рассмотрим наиболее известные из них. Как правило, весовые коэффициенты представляются в долях единицы, т.е. их сумма равна единице или 100%, что позволяет легко интерпретировать значимость влияющих факторов.

Прямая расстановка. Экспертам предлагается расставить коэффициенты k_i при соответствующих факторах исходя из условия

$$\sum_{i=1}^n k_i = 1 \text{ (или 100\%)}, \text{ т.е. решить задачу непосредственно. Отсю}$$

да и название метода – прямая расстановка.

Правда, известны случаи, когда веса присваиваются факторам без выполнения требования равенства их суммы единице или 100%. Вместо этого экспертам предлагается расставить веса, значения которых находятся в некоторых пределах. По такому принципу были построены карты загрязненности воздушных бассейнов

городов [4], где каждому фактору присваивался вес в интервале от 0,5 до 1. При сравнении качества водных объектов Вологодской области балльные оценки факторов экологической опасности установлены экспертным путем в долях единицы от 0,1 до 1 [5].

Ранжирование факторов. Ранжирование позволяет упорядочить факторы по степени возрастания или убывания их влияния на интересующий исследователя социальный феномен. Результаты ранжирования n факторов m экспертов можно представить в виде матрицы

$$\left. \begin{array}{l} X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1} \\ X_{12}, X_{22}, \dots, X_{n2} \\ \dots\dots\dots \\ X_{1m}, X_{2m}, \dots, X_{nm} \end{array} \right\} \quad (1)$$

Сводные оценки весовых коэффициентов можно получить в результате усреднения частных рангов.

Парное сравнение. В этом методе экспертам предлагается последовательно сравнивать факторы попарно. Информация от каждого эксперта поступает в форме булевой матрицы парных сравнений

$$\gamma_j = (\gamma_{ik,j}) \quad (2)$$

где $i, k = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$; $\gamma_{ik,j}$ – результат парного сравнения j -м экспертом факторов X_i и X_k может выражаться либо единицей, либо нулем по одному из следующих правил. Если эксперт сравнивает факторы между собой, то

$$\gamma_{ik,j} = \begin{cases} 1, & \text{если по мнению } j\text{-го эксперта фактор } X_i \text{ влияет сильнее } X_k, \\ 0 & \text{– в противном случае.} \end{cases} \quad (3)$$

Результаты парных сравнений представляются в виде булевых матриц и обрабатываются соответствующими методами, рассмотрение которых выходит за рамки наших исследований. С ними можно ознакомиться в специальной литературе.

Парное сравнение факторов обладает одним существенным недостатком, способным в значительной мере затруднить работу эксперта, так как он в явном или неявном виде градуирует каждый влияющий фактор на несколько диапазонов в пределах возможных численных значений фактора. Если исследуемые феномены однородны, т.е. их свойства принадлежат градациям одного уровня, то отнесение их к определенному классу не вызывает особых проблем. Но как только имеет место соответствие факторов градациям различного уровня, т.е. когда одни факторы имеют минимальные значения, другие – средние, а третьи – близки к максимальным, сразу возникает неопределенность, тем большая, чем сильнее разброс градаций. В таких случаях эксперту совсем непросто принять однозначное решение к какому классу отнести данный феномен и приходится вводить дополнительные правила оценивания, например, отдавать предпочтение фактору, значение показателя которого имеет наибольшую абсолютную величину или влияние которого определяющее в соответствии с целями проводимой классификации.

Метод анализа иерархий (МАИ). Суть этого подхода заключается в попарном сопоставлении факторов, влияющих на феномен, но по специальной шкале. Психологически это значительно легче, что подтверждено специальными исследованиями [6], чем оценивать их все сразу или в пределах выделенных групп. Свойство сравнивать предметы по парам вообще присуще человеческому мозгу независимо от количества предметов, попадающих в его поле зрения [7]. В исследованиях систем к двоичным структурам подходят как к «кванту мышледействия», что существенно упрощает их анализ [8]. Не случайно МАИ быстро завоевывает популярность при разработке экспертных систем в самых разных областях знаний. Результаты парных сравнений представляют в виде матрицы $X = (x_{ij})$. Здесь x_{ij} означает отношение весов соответствующих факторов. Поэтому должно выполняться условие

«антисимметричности»: $x_{ji} = \frac{1}{x_{ij}}$.

Автор метода Т. Саати обосновал возможность представления суждения экспертов следующим образом (табл. 1) [9].

Таблица 1

ИЕРАРХИЯ ЭКСПЕРТНЫХ СРАВНЕНИЙ СООТНОШЕНИЯ
ФАКТОРОВ

Интенсивность относительной важности	Суждение	Пояснение
1	Равная важность	Равный вклад факторов в цель
3	Умеренное превосходство	Опыт и суждение дают легкое превосходство одного фактора над другим
5	Существенное превосходство	Опыт и суждение дают сильное превосходство одного фактора над другим
7	Значительное превосходство	Одному фактору дается настолько сильное превосходство, что оно становится практически значительным
9	Очень сильное превосходство	Очевидность превосходства одного фактора над другим подтверждается наиболее сильно
2, 4, 6, 8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Применяются в компромиссном случае

Суждению эксперта приписывается код (трактуемый как число) – один из 17 возможных – 1/9, 1/8, ..., 1/2, 1, 2, ... 8, 9, используя для этого номер соответствующей строки таблицы. Например, если придано существенное превосходство фактора X_i (например, обеспокоенность населения уровнем загрязнения окружающей среды) над фактором X_j (например, плотностью населения), то полагают в матрице парных сравнений $x_{ij} = 5$, $x_{ji} = 1/5$.

Автор данной методологии Саати показал, что веса факторов равны собственному вектору матрицы парных сравнений.

Соответствующие алгоритмы нахождения собственного вектора достаточно подробно разработаны¹.

При использовании метода анализа иерархий для нахождения весовых коэффициентов влияющих факторов полезным для оценки качества работы эксперта является так называемый индекс согласованности (*ИС*), который дает информацию о степени нарушения численной (кардинальной) и транзитивной (порядковой) согласованности. Особенно важен контроль за транзитивностью, смысл которого сводится к проверке логики мышления эксперта, а именно: если фактору X_1 придано некоторое превосходство над фактором X_2 , а фактору X_2 – превосходство над фактором X_3 , то фактор X_3 не может превосходить фактор X_1 .

Отсутствие согласованности может быть серьезным ограничивающим аспектом для исследования некоторых проблем. Когда такие отклонения превышают установленные пределы, результаты работы такого эксперта следует исключить из рассмотрения. *ИС* в каждой матрице можно приближенно оценить, используя формулу:

$$ИС = \frac{\lambda - n}{n - 1}, \quad (4)$$

где λ – собственное число, n – число сравниваемых факторов. Если *ИС* сравнить с некоторой средней величиной, полученной при случайном выборе количественных оценок, то можно найти критерий качества работы эксперта. Разработчик метода рекомендует для оценки средней согласованности (*СС*) принять значения, представленные в табл. 2.

Таблица 2

СРЕДНИЕ СОГЛАСОВАННОСТИ (*СС*) ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ
МАТРИЦ РАЗНОГО ПОРЯДКА

<i>n</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>СС</i>	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

¹ См, например, [10].

Качество эксперта оценивается по величине OC , которая представляет собой:

$$OC = \frac{ИС}{СС} \cdot 100\%. \quad (5)$$

По рекомендации Саати величина OC должна быть порядка 10% или менее, чтобы быть приемлемой. В некоторых случаях можно допустить 20%, но не более. Если OC выходит за эти пределы, то результаты работы таких экспертов должны быть исключены из рассмотрения.

При исключении результатов опроса экспертов, не отвечающих формальным критериям оценки их «качества», надо иметь в виду еще одно обстоятельство. Может возникнуть ситуация, когда величина OC будет в требуемых пределах, а весовые коэффициенты будут иметь обратный характер, т.е. те факторы, которые основная группа посчитала, скажем, наиболее значимыми, некоторая часть экспертов (или даже единственный эксперт) придала наименьшие веса. Другими словами, имеет место «обратная логика», проистекающая из поляризации мнений. Автору приходилось сталкиваться с такими случаями, когда экспертами были специалисты, ведущие исследования в одной и той же области и даже работающие в одном коллективе, но имеющие различную специальность. Особенно наглядно это проявлялось при участии в опросе представителей естественных (географов, биологов, геологов) и технических специальностей (строителей, конструкторов). Поэтому OC , равное от 10% до 20%, можно трактовать как условие, необходимое, но недостаточное для проверки компетентности эксперта.

Сравнение оценок весовых коэффициентов, найденных различными методами. Зависимость значений весовых коэффициентов от способа расчета и обработки экспертных суждений покажем на данных, полученных в процессе работ по климатическому районированию Архангельской области. В качестве специального задания экспертам было предложено сравнить влияющие

факторы методом анализа иерархий, прямой расстановкой весов в виде процентов и ранжированием факторов по их значимости. Опрос проведен путем индивидуального анкетирования, чтобы избежать негативных проявлений, свойственных групповым обсуждениям [11].

Результаты работы экспертов в сводном виде представлены в табл. 3, где в столбцах приведены значения весовых коэффициентов, рассчитанные в рамках использования трех методов: МАИ, ранжирования (Р) и прямой расстановкой (ПР).

Связь между весовыми коэффициентами, найденными различными способами, оценивалась при помощи коэффициента корреляции. Расчет коэффициентов корреляции проведен для каждого эксперта в отдельности, т.е. рассчитывался по данным, представленным в столбцах табл. 3. Всего возможно три сочетания: МАИ – ранжирование, МАИ – прямая расстановка, ранжирование – прямая расстановка.

Результаты расчетов изображены на рис. 1, где: ряд 1 – коэффициенты корреляции между МАИ и ранжированием, ряд 2 – между ранжированием и прямой расстановкой и ряд 3 – между МАИ и прямой расстановкой. Поскольку графики весовых коэффициентов частично пересекаются, то степень близости методов определялась по среднему коэффициенту корреляции для каждого сравниваемого случая.

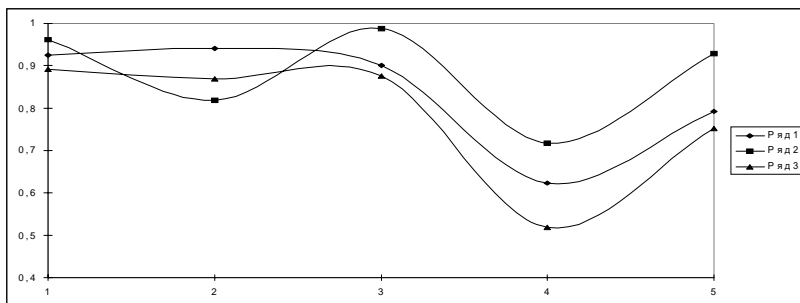


Рис. 1. Значения коэффициентов корреляции весовых коэффициентов по пяти экспертам

ВЕСОВЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ, РАССЧИТАННЫЕ МЕТОДОМ
И ПРЯМОЙ

№	Факторы	1			2	
		МАИ	Р	ПР	МАИ	Р
		3	4	5	6	7
1	Средняя температура воздуха	0,16	0,15	0,24	0,12	0,15
2	Абсолютный максимум температуры воздуха	0,05	0,09	0,09	0,05	0,05
3	Абсолютный минимум температуры воздуха	0,18	0,14	0,17	0,12	0,14
4	Даты перехода температуры воздуха через 0 °С	0,15	0,13	0,15	0,09	0,08
5	Даты перехода температуры воздуха через 10 °С	0,06	0,08	0,07	0,05	0,04
6	Среднее число дней с туманом	0,01	0,01	0,01	0,04	0,03
7	Средняя скорость ветра	0,09	0,12	0,13	0,11	0,12
8	Число дней с опасными явлениями (ОЯ)	0,06	0,04	0,01	0,11	0,09
9	Среднее количество осадков	0,11	0,10	0,1	0,11	0,13
10	Суточный максимум осадков	0,06	0,05	0,01	0,11	0,10
11	Высота снежного покрова	0,06	0,06	0,02	0,06	0,06
12	Средняя относительная влажность воздуха	0,03	0,03	0,01	0,03	0,01

Таблица 3

АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ (МАИ), РАНЖИРОВАНИЕМ (Р)
РАССТАНОВКОЙ (ПР)

Эксперты									
	3			4			5		
ПР	МАИ	Р	ПР	МАИ	Р	ПР	МАИ	Р	ПР
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0,1	0,08	0,13	0,12	0,13	0,15	0,12	0,08	0,14	0,19
0,05	0,11	0,10	0,09	0,13	0,12	0,068	0,07	0,10	0,08
0,1	0,14	0,15	0,14	0,14	0,10	0,068	0,15	0,13	0,13
0,1	0,12	0,12	0,11	0,03	0,09	0,03	0,05	0,08	0,05
0,05	0,07	0,06	0,07	0,03	0,08	0,03	0,03	0,06	0,05
0,05	0,02	0,03	0,04	0,02	0,03	0,02	0,01	0,03	0,02
0,1	0,05	0,05	0,07	0,16	0,14	0,26	0,11	0,12	0,11
0,1	0,08	0,04	0,05	0,14	0,04	0,05	0,20	0,15	0,22
0,1	0,07	0,08	0,07	0,09	0,13	0,26	0,09	0,05	0,04
0,1	0,15	0,14	0,13	0,08	0,06	0,03	0,13	0,09	0,06
0,1	0,10	0,09	0,08	0,05	0,05	0,03	0,04	0,04	0,03
0,05	0,02	0,01	0,03	0,02	0,01	0,03	0,03	0,01	0,02

Как и ожидалось, наименьшие расхождения оказались у прямой расстановки и ранжирования: средний коэффициент корреляции достаточно высок и равен 0,88. Это вполне естественно, поскольку по условиям проведения эксперимента эксперты сравнивали факторы в течение одного опроса и могли корректировать свои результаты, сравнивая место фактора (ранг) и присвоенный ему процент. Если получалось противоречие, например, фактору, имеющему наиболее высокий приоритет, присваивался не самый высокий процент, то эксперт мог устранить возникшее несоответствие путем либо перестановки ранга, либо соответствующего изменения процента. Тем не менее, этой возможностью воспользовались не все участники опроса, что вызывает некоторое удивление, поскольку такая корректировка ответов напрашивалась сама собой.

Средний коэффициент корреляции между МАИ и рангами, МАИ и прямой расстановкой несколько ниже – 0,84 и 0,78 соответственно. Это вполне объяснимо, поскольку сопоставлять между собой числа, представленные в виде матрицы и в виде вектора (таблицы соответствия), без соответствующей тренировки значительно труднее.

Расхождения оценок имеют как определенные закономерности, так и индивидуальные особенности, свойственные отдельным экспертам. Одна из причин расхождений была заложена уже условиями ранжирования, когда требовалось, чтобы факторы были расставлены в строгой последовательности по убыванию их важности, в то время как в МАИ и при прямой расстановке возможность равенства факторов допускалась. Вообще-то условие строгого ранжирования не является обязательным, и можно согласиться с предложением Д. Химмельблау [13] и других авторов давать средний рейтинг двум или нескольким факторам, если эксперты считают их вклад равным. Поэтому нельзя исключить возможность, что если бы по условиям опроса двум и более факторам можно было бы присваивать равные ранги, то коррелированность результатов была бы еще выше.

Величина расхождений неодинакова у различных экспертов и изменяется от 7% до 30%. Однако, и это хорошо видно на рис. 1, тенденция коррелированности результатов практически у всех экспертов одинакова. Имеется всего одно исключение: у эксперта № 2 зависимость между ранжированием и прямой расстановкой оказалась наиболее низкой, в то время как у остальных экспертов эта зависимость наиболее высокая.

На полученные результаты в определенной степени оказало влияние условие проведения опроса – все желающие принять участие в эксперименте заполняли анкеты сразу без разрыва во времени. Как отмечено выше, это давало возможность, явно или неявно, согласовывать свои суждения. Следовательно, полученные результаты, строго говоря, нельзя считать независимыми. По-видимому, в определенной степени этим можно объяснить такие высокие коэффициенты корреляции. Однако добиться полной независимости суждений чрезвычайно трудно. Если бы анкеты каждым экспертом заполнялись через некоторое время, то все равно были бы различия, но уже другого характера, поскольку ответы на одни и те же вопросы у одного и того же эксперта по прошествии некоторого времени не идентичны. Воспроизводимость суждений – свойство индивидуальное и зависит от ряда факторов: квалификации, возможности получения дополнительной информации между повторными опросами, методологии получения весовых коэффициентов, памяти и т.д. Сейчас мы оставим в стороне обсуждение, какое из обстоятельств – зависимость суждений или же уровень воспроизводимости собственных результатов, в большей степени влияет на коррелированность результатов. Для этого требуется проведение специальных исследований. Отметим, что квази-параллельный характер графиков корреляционных кривых на рис. 1 дает основание полагать, что логика мышления экспертов достаточно устойчива и полученные в ходе этого эксперимента результаты вполне возможно использовать для исследований.

Обработка экспертных суждений. Найденные в результате обработки индивидуальных экспертных суждений весовые

коэффициенты, как хорошо видно в табл. 3, необходимо усреднить. Задача заключается в нахождении усредненных оценок весовых коэффициентов для каждого фактора. Решена она может быть несколькими способами.

Среднее арифметическое. Наиболее простой оценкой является среднее арифметическое по фактору

$$\hat{k}_a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m k_i, \text{ где } k_i - \text{ вес фактора для } i\text{-го эксперта.} \quad (6)$$

Оно удобно тем, что после усреднения не нарушается требование равенства единице суммы весовых коэффициентов. Усреднение проводится для каждого фактора в отдельности. Такое усреднение допускается проводить в тех случаях, когда плотность распределения k_i симметрична, например, подчиняется нормальному распределению, или сами коэффициенты практически однородны и могут быть аппроксимированы равномерным распределением. Тогда оценка \hat{k}_a будет несмещенной.

Рекомендация [3] исключать значительно отклоняющиеся от средних оценки из рассмотрения как свидетельство некомпетентности экспертов нам кажется не совсем корректной, поскольку сам факт отклонения единственной оценки еще не говорит о неверном понимании экспертом существа проблемы в целом. Более того, может оказаться, что он единственный прав, а остальные – нет. Такое на практике случается не так уж редко. Компетенция эксперта должна устанавливаться в целом на основании специальных процедур отбора. Тем не менее, такой подход – отбраковывание наиболее высокой и наиболее низкой оценок иногда применяется при судействе в спорте, в тех видах, где используются балльные оценки качества и сложности исполнения программы, например, в прыжках в воду с вышки и трамплина. Но в спортивных соревнованиях таким образом борются не столько с некомпетентностью судей, имеющих специальные лицензии, а значит и соответствующий уровень квалификации, сколько с их предвзятостью к представителям отдельных стран и команд.

Среднее геометрическое. Весовые коэффициенты по своей природе не являются линейными. Поэтому для их усреднения допустимо использовать нелинейные методы. Одним из самых простых методов нелинейной оценки является среднее геометрическое $\hat{k}_{geom} = \sqrt[m]{k_1 k_2 \dots k_m}$. Легко доказать, что $\hat{k}_a > \hat{k}_{geom}$. Покажем

это на примере двух чисел. Пусть $A = \frac{a+b}{2}$ – среднее арифметическое, $B = \sqrt{ab}$ – среднее геометрическое. Рассмотрим их разность $\Delta = A - B$. Подставив их значения и произведя элементарные преобразования, получим:

$$\Delta = \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(a - 2\sqrt{ab} + b) = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2}. \quad (7)$$

Числитель $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$ как квадрат разности двух чисел при любых значениях a и b всегда будет положительным. Следовательно, $\Delta > 0$ и $A > B$. Методом математической индукции можно доказать справедливость неравенства $\Delta > 0$ для n переменных.

Поскольку среднее геометрическое всегда меньше среднего арифметического, сумма усредненных весовых коэффициентов будет меньше единицы. Чтобы этого не произошло, необходимо каждый усредненный весовой коэффициент $\hat{k}_{m, geom}$ нормировать на их сумму по всем факторам:

$$\hat{k}_{geom} = \frac{\hat{k}_{m, geom}}{\sum_{m=1}^n \hat{k}_{m, geom}}. \quad (8)$$

Среднее арифметическое и среднее геометрическое имеют один предел [13]. Следовательно, разница между \hat{k}_a и \hat{k}_{geom} будет уменьшаться по мере увеличения числа экспертов и асимптотически стремиться к нулю.

Среднее гармоническое. Еще одной нелинейной величиной является среднее гармоническое. Его можно найти из уравнения

$$\frac{1}{\hat{k}_{\text{гарм}}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{k_m}. \quad (9)$$

Как известно, среднее гармоническое меньше среднего арифметического и среднего геометрического. Следовательно, и весовые коэффициенты, найденные таким образом, также необходимо нормировать на сумму коэффициентов всех факторов по аналогии с формулой (8):

$$\hat{k}_{\text{гарм}} = \frac{\hat{k}_{m, \text{гарм}}}{\sum_{m=1}^n \hat{k}_{m, \text{гарм}}}. \quad (10)$$

Медиана. Усреднение весовых коэффициентов также возможно провести при помощи медианы. Особенно эффективно ее использование для коротких рядов [14]. Как известно, медиана представляет собой наиболее вероятное значение ряда

$$\left. \begin{aligned} Me &= K_{\frac{n+1}{2}}, && \text{для нечетных } n, \\ Me &= \frac{1}{2} \left(K_{\frac{n}{2}+1} - K_{\frac{n}{2}} \right) && \text{для четных } n, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где K_i – значение веса фактора для i -го эксперта.

При использовании медианы для усреднения в общем случае нарушается выполнимость условия равенства единице суммы весовых коэффициентов. Поэтому необходимо производить соответствующие нормировки, чтобы применение весовых коэффициентов не потеряло свой смысл.

Для исследования зависимости усредненных весовых коэффициентов от метода усреднения были проведены расчеты по формулам (6) – (11). Оказалось, что метод усреднения слабо вли-

яет на результирующие значения весовых коэффициентов (см. рис. 2, где средние арифметические – ряд 1; нормированные средние геометрические – ряд 2, нормированные средние гармонические – ряд 3, нормированные медианные значения – ряд 4) – все они достаточно близки между собой.

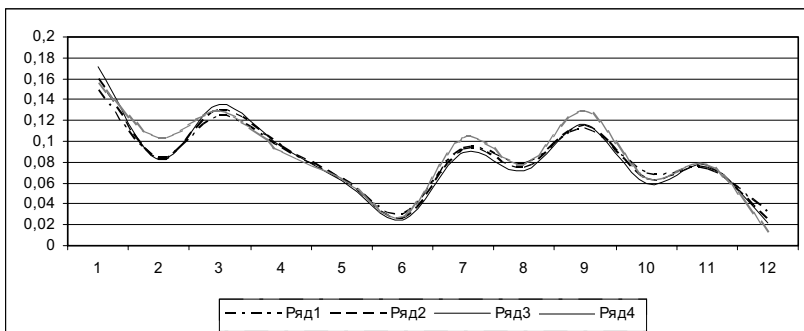


Рис. 2. Усредненные значения весовых коэффициентов влияющих факторов

Сколько требуется экспертов? Поставленный вопрос на первый взгляд может вызвать недоумение. Ответ на него кажется тривиальным: чем больше, тем лучше. Однако, это не совсем так. Утверждение, что большее число экспертов, принимающих участие в опросе, скажется благотворным образом на достоверности весовых коэффициентов, базируется на положении закона больших чисел, согласно которому чем больший объем выборки, тем меньше случайности при обобщении данных. Исходя из классического подхода, для определения минимального числа экспертов m_{min} , обеспечивающих заданную точность, рекомендуется следующее выражение:

$$m_{min} = \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_x}}, \quad (12)$$

где σ – максимально допустимая стандартная ошибка экспертной оценки, σ_x – стандартное отклонение экспертных оценок, рассчитываемое по формуле

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (13)$$

где m – число экспертов, принимавших участие в опросе, x_i – оценка i -го эксперта, \bar{x} – среднее арифметическое оценок экспертов.

Для того чтобы найти m_{min} , необходимо знать закон распределения оценок экспертов. Пока эта задача не решена, для определения σ необходимо принять гипотезу о характере распределения. Рассмотрим данную проблему исходя из статистической независимости экспертных оценок, что возможно в случае проведения индивидуальных опросов без повторного анкетирования.

Понятие вероятности имеет два толкования, отражающие различные аспекты происхождения случайной величины. Первое из них основывается на том, что некоторое событие может произойти с некоторой вероятностью. Таким образом оценивают вероятность несчастного случая при пересечении пешеходом проезжей части улицы: несмотря на то, что человек контролирует ситуацию – ведь никто добровольно не испытывает желания попасть под автомобиль (если это не самоубийство, но такие случаи мы, разумеется, исключаем из рассмотрения) – всегда существует вероятность, что такое событие произойдет. В зависимости от обстоятельств вероятность такого события может быть как исчезающе малой, так, теоретически, и близкой к единице.

Другую группу случайных величин образуют события, которые будут иметь место точно, но при этом принимать различные, заранее неизвестные значения. Яркими примерами таких событий являются временные ряды характеристик природных процессов. Так, мы знаем, что все тела на Земле имеют температуру, следовательно, такой параметр атмосферы как температура воздуха всегда будет иметь место независимо от дискретности измерений,

только каждый раз значения температуры будут разными. Но в данный момент времени может быть одна и только одна температура воздуха. В таких случаях оценивается вероятность, что температура примет некоторое значение, например, 20,15 °С. Для такого рода данных, а это могут быть скорость ветра, концентрации загрязняющих веществ, характеристики гравитационного поля Земли и множество других, разработаны методы статистического анализа, позволяющие с достаточной для практики точностью находить требуемые характеристики. В литературе по математической статистике можно найти достаточное количество рекомендаций относительно объема выборок для получения тех или иных характеристик ряда.

Оценки экспертов, выраженные в числовом виде, каждая в отдельности не подпадают ни под первое, ни под второе определение, а находятся как бы между ними. При первом подходе к определению вероятности напрашивается аналогия с теорией надежности, когда эксперты оценивают вероятность отказа отдельных узлов разрабатываемого нового механизма, не имеющего прототипов и не прошедшего стендовые испытания.

При формальном подходе экспертные суждения больше соответствуют второму случаю, когда рассматриваются как ансамбль испытаний одного и того же события. Само собой напрашивается применение хорошо известных и апробированных процедур статистического анализа. Но здесь имеется одно существенное различие с временными рядами и повторными испытаниями. Из-за неодинаковой квалификации экспертов их оценки мы не можем рассматривать как идентичные, в том смысле, что их отклонения от некоторой истинной величины вызваны разбросами, как это имеет место при стрельбе при жестко фиксированном положении оружия. Отклонения от теоретической траектории будут обусловлены целым набором факторов, сочетание которых редко повторяется: небольшим различием веса пуль и снарядов даже одной заводской серии, неоднородностью плотности воздуха, создающего различное сопротивление, наличием ветра и т.д.

Различия в квалификации экспертов могут быть столь значительны, что оценка одного эксперта может оказаться существенно весомей суждений нескольких других специалистов. Тот факт, что другие эксперты будут соответствовать принятым критериям компетентности, не противоречит высказанному суждению. Из этого вытекает неопределенность относительно числа экспертов для получения гарантированно надежных экспертных оценок. Следовательно, формулу (13) можно рассматривать как весьма приближенную, не гарантирующую истинное значение необходимого числа экспертов.

Таким образом, можно сделать вывод, что анкетирование экспертов по принципу ранжирования факторов, прямой расстановки и методом анализа иерархий в течение одного опроса показало, что рассчитанные по итогам опросов весовые коэффициенты влияющих факторов высоко коррелированы между собой. Особенно близки результаты, полученные ранжированием и прямой расстановкой. Они могли быть еще выше, если бы по условиям эксперимента допускалось присвоение одинаковых рангов различным факторам.

Усреднение весовых коэффициентов путем расчета среднего арифметического, среднего геометрического и среднего гармонического и медианных оценок, при условии нормировки трех последних характеристик, показало, что получаемые таким образом значения близки между собой. Следовательно, процедура усреднения не играет существенной роли для определения весовых коэффициентов, по крайней мере, для используемых в настоящей работе данных экспертных суждений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Монтень М.* Опыты: Избранные главы. Ростов-на-Дону: Феникс, 1998.
2. *Беркли Д.* Сочинения. М.: Мысль, 2000.
3. *Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989.

Сравнительный анализ методов определения весовых коэффициентов...

4. *Золотина П.В., Чалов Р.С.* Интегральная оценка экологического состояния европейской территории России // Проблемы оценки экологической напряженности европейской территории России: факты, районирование, последствия. М., 1996. С. 117–122.
5. *Поляков М.М.* Проблемы управления водопользованием. Вологда: ВНКЦ ЦЭМИ РАН, 2002.
6. *Базара М., Шетти К.* Нелинейное программирование: Теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982.
7. *Острейковский В.А.* Теория систем. М.: Высшая школа, 1997.
8. *Сеченов И.М.* Элементы мысли. СПб.: Питер, 2001.
9. *Ютанов Н., Переслегин С.* Письма Римскому клубу // *Форрестер Д.* Мировая динамика. М.: ООО «Издательство АСТ»; СПб.: Terra Fantastica, 2003.
10. *Саати Т., Кернс К.* Аналитическое планирование. М.: Радио и связь, 1991.
11. *Голуб Дж., Лоун Ч. ван.* Матричные вычисления. М.: Мир, 1999.
12. *Коробов В.Б.* Организация проведения экспертных опросов при разработке классификационных моделей // Социологические исследования. 2003. № 11. С. 102–108.
13. *Химмельблау Д.* Анализ процессов статистическими методами. М., 1973.
14. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1966. Т. 1.
15. *Тьюки Д.* Анализ результатов наблюдений: Разведочный анализ. М.: Мир, 1981.